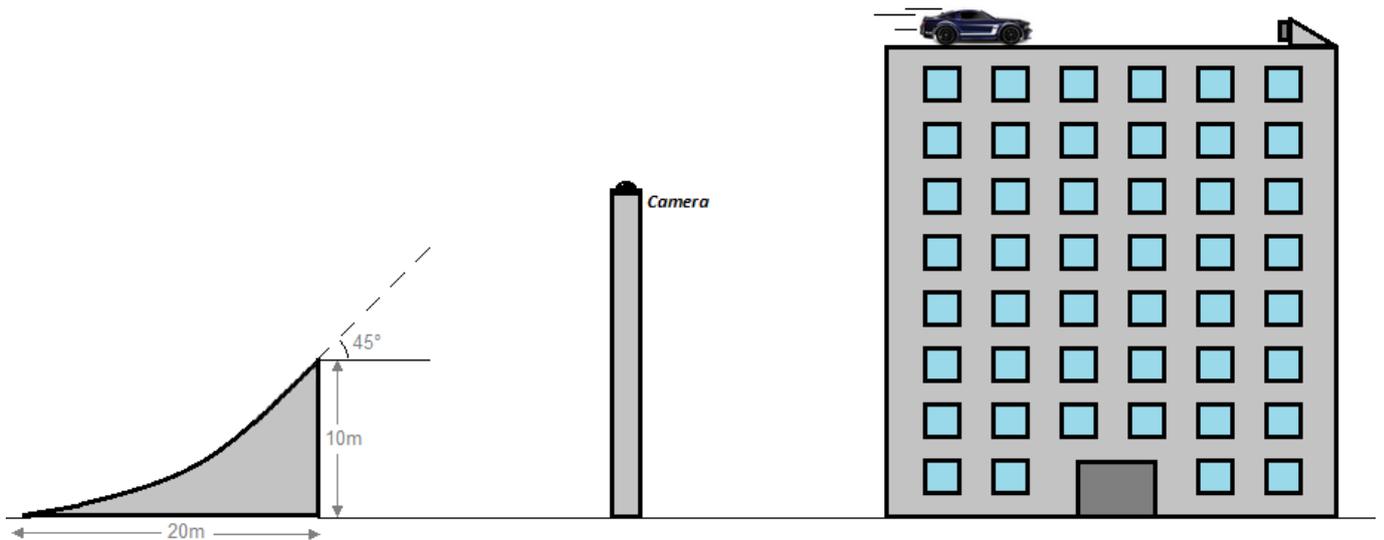


La cascade impossible ?

www.mathsfp.fr

Problématique



Un professionnel prépare une cascade périlleuse : Il s'agit d'atteindre le toit d'un immeuble avec une voiture sautant d'une rampe.

L'objet de cette activité est de déterminer la vitesse exacte à laquelle la voiture doit quitter la rampe.

Modélisation

Modélisation de la trajectoire

Nous cherchons la formule qui donne y la hauteur de la voiture en fonction de x , la distance parcourue horizontalement (c'est la trajectoire !)

Utilisation du logiciel Modelis Light :

- Démarrer le logiciel **Modelis light** et cliquer sur  pour charger une image de fond.
- Localiser "cascade.png" et charger cette image.

Méthode pour régler le repère et l'échelle :

- Pour un réglage fin : appuyer sur CTRL pendant la manœuvre,
- Pour un réglage rapide : appuyer sut MAJ pendant la manœuvre.

- Pour déplacer un axe : positionner la souris sur l'axe choisi, enfoncer le bouton droit de la souris et déplacer.
- Pour modifier une échelle : positionner la souris sur l'axe choisi, enfoncer le bouton gauche de la souris et déplacer.

Travail à réaliser :

- Placer l'origine du repère en haut du tremplin,
- Régler les échelles horizontale et verticale pour que les longueurs correspondent aux indications du schéma.

Détermination de la trajectoire :

- Cliquer sur  et choisir comme modèle "Polynomiale second degré" (nommer la voie y, type de grandeur : longueur)
- Régler la courbe pour que le "décollage" ait bien lieu à 45° et que la voiture se "pose" sur l'immeuble.
- Noter ci-dessous la relation trouvée relation entre **x** et **y**. (arrondir tous les nombres (les coefficients) à 0,0001 près) :

$$y = -0,0125x^2 + 1,013x$$

La voiture peut-elle heurter la camera ?

1- Calculer la hauteur à laquelle passe la voiture à la verticale de la camera :

$y(20) = 15,26 \text{ m}$

2- En déduire à quelle hauteur au-dessus de la caméra passe la voiture, sachant que le haut de la camera est à 11,4 m :

$15,26 - 11,4 = 3,86 \text{ m}$

A quelle distance du bord se pose la voiture ?

1- A quelle distance **x** se "pose" la voiture ? (On peut utiliser le réticule )

$x = 47,1 \text{ m}$

2- En déduire la distance à laquelle se pose la voiture du bord gauche de l'immeuble sachant que l'immeuble est à 36,8 m du bord droit du tremplin.

$47,1 - 36,8 = 10,3 \text{ m}$

3- A quelle hauteur du bord gauche de l'immeuble passe la voiture ?

$y(36,8) - 19,8 = 0,55 \text{ m}$ (On a obtenu 19,8 avec le réticule)

Vitesse de décollage

La formule théorique de la trajectoire est en fait la suivante :

$$y = -\frac{g}{2v^2}(1 + \tan \alpha) x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

Données :

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

v : vitesse de décollage en m/s

$$\alpha = 45^\circ$$

1- Calculer à partir des données ci-dessus.

$$\tan \alpha = \tan 45^\circ = 1 \dots\dots\dots$$

Est-ce que ça correspond avec la formule que vous avez trouvée précédemment ? **presque !**

2- Remplacez ci-dessous par les valeurs qu'on connaît et simplifier :

$$-\frac{g}{2v^2}(1 + \tan \alpha) = -\frac{9,81}{2v^2}(1 + 1) = -\frac{9,81}{v^2}$$

3- En comparant avec la modélisation obtenue précédemment, combien vaut le résultat de ce calcul dans la formule que vous aviez trouvé ?

$$-0,0125 \dots\dots\dots$$

4- En déduire la vitesse v à laquelle doit décoller la voiture ?

$$-\frac{9,81}{v^2} = -0,0125 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{9,81}{0,0125}} = 28,01 \text{ m/s}$$

Conclusion

Pour réaliser cette cascade, la voiture doit décoller à exactement **$28,01 \text{ m/s} = 100,85 \text{ km/h}$** .

